

La notion de scientificité en didactique des mathématiques

Gustavo Barallobres

Université du Québec à Montréal
 gustavo.barallobres@uqam.ca

Contexte

Une des caractéristiques fondamentales des disciplines qui prétendent élaborer un corpus de savoirs reconnus socialement, parmi elles la didactique de mathématiques, est l'intention de donner un statut « scientifique » aux savoirs produits. Cependant, en quoi consiste ce statut ? Quels sont les critères de scientificité adoptés et comment sont-ils définis ? Quel est le modèle de science implicite ou explicite ? Dans cet article, je propose une réflexion sur le statut des savoirs produits en didactique des mathématiques, dans le contexte du courant français, en particulier ceux produits par la Théorie de Situations Didactiques (TSD) de Brousseau (1998).

Introduction

Comme plusieurs disciplines scientifiques, la didactique des mathématiques prétend donner un statut scientifique aux savoirs qu'elle élabore. Cependant, en quoi consiste ce statut ? Quels sont les critères de scientificité adoptés et comment sont-ils définis ? Quel est le modèle de science implicite ou explicite sous-jacent ?

Le développement remarquable des sciences de la nature, en particulier de la physique, ainsi que l'indiscutable progrès technologique qui en découle ont contribué à ériger les méthodes utilisées par cette discipline comme *modèle* de scientificité dans différents domaines de l'éducation. Une des conséquences de l'adoption de ce modèle comme référence a été la réduction de la problématique de production de savoirs à des questions strictement méthodologiques : la dimension épistémologique a été réduite à cette dimension méthodologique ; en effet, si le niveau de scientificité est déterminé par la nature des outils méthodologiques, les problématiques que la science peut se poser sont déterminées par l'outil en question.

Le modèle scientifique des sciences de la nature, qui n'est guère indépendant de la spécificité des objets de recherche qui intéressent ces disciplines, cherche fondamentalement à découvrir des régularités qui sont d'une part exprimables par des propositions universelles (des lois) et, d'autre part peuvent être validées par la confrontation empirique (Andler et al. 2002). Il s'agit, en général, d'identifier des variables permettant de représenter les phénomènes à étudier, par l'établissement de relations de dépendance, et d'analyser ces relations en termes de causalité (action d'une variable sur l'autre). Le processus de quantification de ces variables permet un traitement numérique des relations établies, accordant ainsi un rôle fondamental aux mathématiques et aux statistiques en particulier.

La production de lois causales universelles permet *la prédiction*, clé fondamentale du développement scientifique de ces disciplines. La notion de vérité, dans ce modèle, est étroitement liée à la preuve empirique (sous ses différentes formes, vérification, résistance aux tests de falsification, etc.) et à la notion d'objectivité. Comme toute lecture des faits empiriques comporte une interprétation (« les

faits » ne parlent pas d'eux-mêmes), l'objectivité se caractériserait par la recherche d'interprétations « le plus pures possibles », dépouillées des significations « trop humaines ». On voit bien que les méthodes mathématiques basées sur la quantification semblent être les candidates idéales pour atteindre la « pureté » cherchée (Andler et al., 2002).

La recherche de critères de vérité pour les savoirs produits dans les domaines de la connaissance est un aspect fondamental de l'activité scientifique; il ne s'agit pas ici d'une mise en question de cet aspect élémentaire de l'activité de production de connaissances. Cependant, un vrai questionnement apparaît lorsque ces critères de vérité ainsi que les méthodes associées sont placées au-dessus de toute problématique épistémologique, conditionnant ainsi les types et la nature des objets qui peuvent être étudiés par un domaine de recherche. Encore une fois, si les recherches ne sont considérées scientifiques que si elles ne peuvent être validées par une méthodologie de recherche spécifique, définie préalablement, alors les objets et les problèmes qu'une discipline peut traiter ne seront que ceux qui s'adapteraient à cette méthodologie. De cette manière, les objets de recherche sont déterminés par la méthodologie en question.

La confiance et la sécurité fournies par l'instrument numérique de quantification (et par les mathématiques à la base de ces instruments) établissent, implicitement ou explicitement, une hiérarchie entre les différentes sortes de recherches, basée fondamentalement sur la fiabilité de la méthodologie : tout ce qui est quantifiable serait plus « fiable », puisque les mathématiques sont à la base du traitement auquel les données quantifiables sont soumises, « évitant » ainsi des interprétations beaucoup « moins objectives ». Cependant, les données numériques ne parlent pas d'elles-mêmes, elles sont *toujours* lues sous la loupe d'un cadre théorique, même si cela est très souvent implicite (Chalmers, 1987). Toute autre question

concernant l'objet d'étude et les types de problèmes qui intéressent un champ spécifique semble avoir un impact secondaire. La méthodologie n'est pas simplement au service des questions de recherche que l'on pose, elle détermine le type de questions que l'on peut se poser, car celles-ci sont les seules à pouvoir être traitées de manière « scientifique ».

On développe ainsi une épistémologie générale dans laquelle la méthodologie (relations entre expériences singulières et énoncés généraux, étude des conditions de vérité d'énoncés particuliers et généraux, etc.) occupe une place première, ce qui a pour effet de reléguer les objets, les questions et les problématiques de recherche à un rôle secondaire (les objets qui intéresseraient « la science » ne sont que ceux qui peuvent être traités par les méthodes en question). La méthodologie devient ainsi dieux et maître.

Plusieurs débats (qui semblent ignorés ou méconnus dans certains domaines des sciences de l'éducation⁽¹⁾) ont mis en évidence que l'adoption d'un tel modèle comme référence unique pour traiter des problèmes concernant les sciences humaines est très problématique, puisque, entre autres, les questions relatives aux significations des actions humaines sont irréductibles à la description de phénomènes observables et quantifiables (Gusdorf, 1967).

La considération de certaines caractéristiques spécifiques aux sciences humaines, en particulier en éducation et en didactique, ouvre sur plusieurs questionnements :

- La didactique des mathématiques est-elle une discipline fondamentalement prédictive?
- Si le modèle scientifique des sciences de la nature se caractérise, en général, par une simplification des objets (construction de modèles), jusqu'où les sciences de l'éducation, et en particulier la didactique, peuvent soutenir une réduction de nature

similaire pour s'approcher d'un modèle de scientificité prédéterminé? Les objets de la didactique concernent des sujets humains, en particulier tout ce qui a trait à l'intentionnalité et la signification, ce qui pose un problème important au niveau de la reproductibilité des expériences et, ainsi à la question de la prédiction.

- Quelle est la place de la compréhension et l'interprétation des phénomènes humains, qui semblent bien différentes de l'explication déductive nomologique des sciences de la nature ? Rappelons que l'explication nomologique répond à la structure suivante : des énoncés contenant des affirmations relatives à des faits particuliers peuvent être déduites (par un raisonnement déductif) d'un ensemble de propositions ou de prémisses générales appelées lois (Vergnioux, 2003). L'interprétation, en particulier en sciences humaines, introduit la dimension du «sens» des actions des acteurs, dimension qui ne peut se réduire à la « reproduction » de ce qui est préalablement semblable, et pourtant qui échappe à la prédiction.

Dans cet article, je pars de l'analyse globale du modèle scientifique mentionné ci-haut, car tel que l'explique Brousseau (2009), ce dernier a été la référence initiale pour la Théorie des Situations Didactiques. Je montre ensuite l'évolution du problème de la scientificité à l'intérieur de cette théorie.

La prise en compte de la spécificité de la discipline

La réduction du problème de la scientificité à des questions strictement méthodologiques peut avoir des conséquences sur la définition des objets et des problèmes de recherche propres à une discipline : les seuls objets susceptibles d'être considérés par la recherche sont ceux qui peuvent être traités avec certaines méthodes générales prédéfinies. Par exemple, les énoncés qui ne peuvent être validés

empiriquement n'ont alors aucune valeur scientifique. D'autres paramètres d'ordre épistémologique ou ontologique, tels que la valeur ou l'intérêt social de la connaissance, la portée philosophique des résultats, etc., ne peuvent pas intervenir dans la détermination desdits énoncés.

La citation suivante de Gusdorf (1967) rend compte de manière remarquable les limites d'un savoir en sciences humaines, lorsque ce dernier est considéré d'un point de vue strictement mécaniciste :

La physique positive est née lorsque Galilée a déblayé le champ expérimental des significations trop humaines; mais si les significations humaines sont déplacées en physique, il est stupide de soutenir qu'elles ne sont pas à leur place en psychologie, en histoire ou en économie. L'anthropomorphisme, qui est un obstacle épistémologique dans l'ordre des sciences de la nature, devient le fondement même de l'épistémologie dans le domaine humain. On peut faire une anatomie et une physiologie du sourire, en décrivant des circuits sensorimoteurs, des réseaux de nerfs, des systèmes de muscles mis en mouvement par une excitation extérieure déclenchant une réponse du sujet. On peut tenter de calculer le sourire en intensités électriques; on peut mesurer la tension artérielle et analyser les urines. On établira ainsi que le sourire met en œuvre un appareillage extrêmement compliqué. Un informaticien pourra construire un modèle électronique du sourire, lequel permettra à une calculatrice de débiter plusieurs millions de sourires à la seconde. Je ne dis pas que tout cela soit sans intérêt; il se pourrait que l'on ajoute ainsi quelque chose à notre connaissance du sourire. Mais un sourire est un fait humain qui appartient à la réalité humaine. Le sourire de la fille amoureuse, le sourire de la mère à son enfant ont leur sens et leur valeur dans l'ordre des significations humaines, irréductibles à la physiologie ou à l'électronique. [p. vi].

Un fonctionnement unidirectionnel soutenu par des critères de scientificité universels tels que la validation empirique *quantitative* à la base de l'explication nomologique, obscurcit la singularité d'une discipline dans laquelle les questions de signification ne peuvent être éliminées.

La considération de la spécificité et de la manière particulière de construire les objets en sciences humaines n'implique aucunement un rejet a priori des énoncés qui peuvent être validés empiriquement. Pourtant, les caractéristiques des preuves qui conduisent à la détermination de la vérité de ces énoncés appartiennent à la discipline même, c'est-à-dire qu'elles se définissent à l'intérieur du domaine en question, ce qui implique la prise en compte de la spécificité des objets qui intéressent la discipline.

D'ailleurs, les sciences humaines reconnaissent l'intérêt des énoncés qui, d'une part, ne peuvent pas être validés empiriquement et qui, d'autre part, ont une valeur scientifique pour ces disciplines malgré le fait de ne pas être prédictifs. Le statut de scientificité de ces énoncés en sciences humaines concerne, leur valeur heuristique permettant, par exemple, l'extension d'une problématique ou la constitution d'un ensemble nouveau d'hypothèses (Gohier, 1998). D'autres énoncés sont reconnus par leur valeur interprétative, permettant d'attribuer des significations aux actions humaines. La valeur scientifique de certains énoncés en sciences humaines est aussi déterminée par la cohérence conceptuelle à l'intérieur d'un cadre théorique de référence (un cadre interprétatif).

La critique de la position qui érige la méthodologie au rang de critère majeur de scientificité ne conduit pas nécessairement à l'adoption d'un point de vue dans lequel la définition de l'objet précède à la considération des méthodes; au contraire, il s'agit d'explorer la question de l'élaboration des savoirs scientifiques dans le contexte d'une dialectique objet/méthode, à l'intérieur de laquelle plusieurs

dimensions, en particulier épistémologiques et méthodologiques, occupent un rôle central.

Divers courants en sciences humaines se sont constitués en rupture avec le modèle positiviste^[2], partant de l'hypothèse qu'il ne s'agit pas que d'expliquer les phénomènes humains (dans le sens de l'explication déductive-nomologique) mais aussi de les interpréter. Dans le cas de plusieurs travaux en sciences humaines, il est souvent question de restituer le sens que les acteurs attribuent à une situation déterminée et d'explorer de manière différente les relations entre les variables identifiées, en considérant la multiplicité de comportement individuels intentionnels (Berthelot, 2001). L'interprétation permet ainsi d'envisager plusieurs « lectures » d'un même phénomène, puisque les relations entre les variables identifiées ne sont pas déterminées de manière univoque par des lois générales préalablement établies, mais analysées contextuellement (d'où l'incorporation du sens) selon des points de vue théoriques divers.

Le contexte spécifique de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques

La didactique des mathématiques pose, depuis ses origines, la nécessité de définir un champ de recherche spécifique à la transmission de savoirs mathématiques, irréductible à l'application de théories déjà construites, comme la psychologie cognitive, la psychologie de l'apprentissage ou l'histoire des mathématiques (Brousseau, 1998). La didactique des mathématiques s'intéresse à l'étude des conditions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques dans le contexte d'institutions différentes (Chevallard, 1991).

Le changement essentiel dans la manière d'aborder les problèmes de recherche en didactique des mathématiques, par rapport aux courants applicationnistes de la psychologie cognitive, consiste à affirmer que la spécificité de l'objet de savoir et des pratiques mathématiques associées ont un rôle fondamental dans l'étude des conditions

d'enseignement et d'apprentissage de cette discipline (la nature et l'usage des mathématiques, la signification des objets mathématiques, les liens entre les systèmes sémiotiques développés et le développement des mathématiques, etc.).

La Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) propose une approche systémique qui tient compte d'une part des opérations fondamentales de diffusion des connaissances (les conditions de diffusion et de transformation) et d'autre part des institutions et activités qui ont pour but de faciliter ces opérations. Le centre de préoccupations de cette théorie est *l'activité mathématique à l'école*.

D'autres programmes d'investigation classiques en éducation mathématique (Gascon, 1998) adoptent comme objet fondamental d'étude les processus psychologiques liés à l'apprentissage des mathématiques, l'analyse des comportements et des représentations des élèves et des enseignants, la nature des différents types de raisonnements mathématiques, etc. Même l'interactionnisme symbolique (Brown, 2002), qui étudie la manière dont les significations mathématiques s'établissent dans la classe, en particulier par l'identification de normes socio-mathématiques élaborées, n'incorpore pas comme objet premier l'analyse du savoir. À la différence de ces positions, la Théorie des Situations Didactiques (TSD) se place à l'intérieur d'un programme épistémologique faisant l'hypothèse que l'activité cognitive du sujet ne peut être ni décrite ni expliquée de manière indépendante des facteurs liés à la relation didactique, à savoir, la spécificité du savoir, les pratiques mathématiques et les institutions à l'intérieur desquelles ces pratiques s'étudient ou s'élaborent.

Comme Gascon (1998) le définit, le programme épistémologique fondant la didactique des mathématiques française a pour objet premier d'étude l'activité mathématique scolaire et la modélisation du savoir enseigné, ce qui permet

d'affirmer que les phénomènes didactiques ne peuvent être réduits à des phénomènes cognitifs. Il est important de remarquer que la dimension de *l'analyse du savoir* n'est pas nécessairement présente dans les courants de recherches associés aux paradigmes cognitivistes, lesquels ont pour objet premier d'étude les *processus cognitifs* impliqués dans l'apprentissage des mathématiques. Dans ces courants, les savoirs mathématiques à enseigner se présentent comme étant transparents (complètement explicités dans le texte du savoir) et, par conséquent, les difficultés d'apprentissage ne sont jamais liées à la nature des mathématiques elle-même, mais traitées *exclusivement* comme dysfonctionnements cognitifs des élèves. Cette interprétation des difficultés d'apprentissage est en accord avec les postulats à la base de ces disciplines : on suppose l'existence de capacités élémentaires à partir desquelles, et par des processus de nature opératoire, toutes les autres capacités mentales « d'ordre supérieur » sont construites (en particulier, les capacités liées à l'apprentissage des mathématiques). La pensée, et en particulier la pensée mathématique, est réduite à des processus de traitement de l'information et de calculs (Andler et al., 2002).

Ainsi, expliquer la pensée mathématique (et, par conséquent, *toute* difficulté d'apprentissage) *strictement* en termes d'information et par des processus algorithmiques conduit à adopter, implicitement ou explicitement, une conception fonctionnelle de la science dans laquelle l'étude de la connaissance mathématique se caractérise par l'identification de variables et la construction de modèles causaux d'explication. Les questions de signification qui prennent compte des aspects intersubjectifs, épistémologiques et institutionnels n'ont pas de la place dans cette conception de la science.

La question de la signification et l'analyse de productions des élèves

Dans leurs recherches, Brun, Portuguais, Conne et Fluckiger (1994) montrent que certaines erreurs systématiques chez les élèves dans l'algorithme de division sont en lien avec les significations construites lors de l'élaboration du schème « partager/distribuer » (depuis les premiers apprentissages de la division). Pour certains élèves, dès le début de l'apprentissage de la division (donc avant l'introduction de l'algorithme), la division consiste d'abord à partager une quantité, ce partage étant défini par une autre quantité, celle des parts à distribuer. Le dividende est alors associé à « la quantité à partager » et le diviseur au « nombre de parts à distribuer ». Pour plusieurs élèves, ce schème fonctionne seulement lorsque le dividende est plus grand que le diviseur (la plupart des problèmes scolaires proposent des partages de cette nature). Dans le cas où le dividende est égal au diviseur, ce schème ne peut plus être utilisé ou sollicité, car selon ces élèves la quantité ne peut pas être partagée. Par exemple, pour diviser 8008 par 8, certains élèves considèrent les deux premiers chiffres de 8008 et divisent 80 par 8 (à la place de diviser 8 par 8) et proposent 9 comme résultat du quotient (à la place de 10), parce que le plus grand chiffre est à placer dans chaque position au quotient. Une règle de numération (aspect numéral) est coordonnée au schème « partager » (aspect numérique, sens de l'opération division). Le travail avec l'algorithme ne peut être ainsi réduit à un problème strictement procédural, tel que l'entendent certains courants des sciences cognitives.

Voici un autre exemple de permettant de souligner l'impossibilité de réduire la connaissance mathématique, et en particulier son apprentissage, à des processus algorithmiques de la pensée. Cet exemple provient de mes propres observations en classes d'adaptation scolaire, en secondaire 2. Lors d'une séance d'enseignement sur les opérations sur les nombres entiers, un des élèves de cette

classe affirme avec conviction, et en confrontation avec l'enseignant, que $5 - [-2]$ ne peut jamais donner 7, puisque « soustraire » signifie « enlever » et que si l'on enlève « quelque chose » au 5, le résultat doit être plus petit que 5. La signification attribuée à la soustraction dans le contexte de nombres naturels est extrapolée à l'ensemble de nombres entiers (observons aussi qu'autant la dénomination que le symbole utilisé pour représenter la soustraction sont identiques dans les deux ensembles numériques). Cette « interférence » de la signification durant la réalisation du calcul met bien en évidence que dans l'interprétation du comportement de l'élève, le calcul ne peut pas être réduit à des questions strictement procédurales, mais implique plutôt la prise en compte d'une "histoire scolaire" concernant ce objet mathématique. Ce niveau d'interprétation, qui dépasse l'explication fonctionnaliste du type cause/effet, contextualise certaines difficultés d'apprentissage et les aborde autrement que par l'analyse des mécanismes causaux d'information et de calcul. Il n'y a pas ici de présupposition que toute difficulté « similaire » doit être expliquée de la même manière, c'est-à-dire sans prétendre la construction de lois générales à partir desquelles l'explication serait déduite. Soyons clairs : je ne nie pas la possibilité d'une telle construction, mais je souligne simplement que l'élaboration de modèles de ce type réduit nécessairement les phénomènes étudiés. En même temps, ceci questionne le statut « supérieur » de scientificité attribué à ces lois générales à partir desquelles on peut déduire les explications des difficultés d'apprentissage des élèves. Elles acquièrent ce statut par le fait d'être génériques; or c'est précisément ce caractère de généralité (qui implique nécessairement une simplification des phénomènes observés) qui les rend limitées dans certains contextes pour expliquer certains phénomènes en didactique des mathématiques.

C'est en élargissant les types d'explications considérées comme « scientifiques » par sa communauté de chercheurs que la didactique des

mathématiques met en évidence que certains phénomènes observés ne peuvent pas être réduits à des phénomènes cognitifs ou psychologiques, dans lesquels la composante mathématique est complètement absente. Par conséquent, cet élargissement évite de considérer la méthodologie comme seul élément déterminant le statut de scientificité des savoirs produits.

L'évolution du modèle de science dans la Théorie des Situations Didactiques

Il est important de souligner que la Théorie des Situations Didactiques, même si elle incorpore la dimension de l'analyse du savoir dans l'étude des phénomènes liés à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, adopte elle aussi dans une première étape un modèle de science fonctionnel de type structurel. En effet, il s'agit d'étudier les conditions qui permettent l'acquisition de connaissances mathématiques. Ceci conduit à l'élaboration de situations (modèles) dans lesquelles les connaissances sont des instruments de contrôle des dites situations. Dans ces recherches, les variables qui déterminent les conditions optimales d'appropriation des connaissances sont identifiées, puis elles sont validées par des instruments mathématiques et expérimentaux (Brousseau, 1998). L'inscription de ce travail dans le paradigme traditionnel des sciences expérimentales est formulée explicitement par Brousseau :

En tant que science, la didactique des mathématiques prétend de produire des connaissances qui se distinguent de la spéculation, de l'idéologie, connaissances objectives dans le sens considéré par les disciplines dites scientifiques » (Brousseau, 1998, p. 50).

Ce dernier formule, dans « L'interrogation réciproque de la contingence et des théories », les conditions suivantes pour que la didactique des

mathématiques soit considérée comme une science :

1. Obtenir une certitude dans les déclarations sur l'enseignement, conditions primordiales du travail scientifique.
2. Obtenir une généralité de ces déclarations.
3. Obtenir des relations sûres entre les décisions didactiques et les décisions pratiques, ce qui suppose que les relations didactiques entre les variables de commande et les résultats sont interprétées en termes de causes et effets. Parce que même lorsque les observations statistiques rendent compte d'une relation stable entre deux ou plusieurs variables, les phénomènes qui assurent l'existence et la conservation (parce qu'il s'agit d'obtenir une certaine généralité) de cette relation peuvent rester complètement ignorés. Pour inférer des décisions didactiques, ce type d'observations est insuffisant. Il faut avoir des modèles plus précis sur le fonctionnement et les réactions du système à ces décisions. Pour satisfaire cette troisième condition, la Théorie des Situations Didactiques (TSD) développe des instruments de modélisation de leurs objets d'étude : les relations effectives entre les conditions didactiques et les décisions qui se manifestent (p. 159).

On voit ainsi que la production de déclarations générales et d'explications causales est explicitement énoncée comme une condition de scientificité. Cependant, le développement de la théorie montre que la valeur empirique des modèles élaborés ne se limite pas strictement aux possibilités de prédiction associées; ils ont surtout une valeur heuristique au service de la construction de la théorie didactique.

Les limites d'un tel modèle se manifestent rapidement. Brun (2008) et Joshua (1993) l'expliquent ainsi:

- les caractéristiques de l'action didactique ne sont pas des « données naturelles »; il existe

Chroniques

fondements et épistémologie de l'activité mathématique
foundations and epistemology of mathematical activity

toujours une intentionnalité qui ne peut pas se réduire à un traitement algorithmique et qui provoque des déséquilibres dans le système didactique. Les phénomènes didactiques identifiés par Brousseau en témoignent de la considération par la TSD de la signification et l'intentionnalité des acteurs de la relation didactique.

- les régularités de l'activité didactique n'obéissent pas à des normes préétablies, ce qui empêche d'expliquer tous les phénomènes d'enseignement en termes de lois génériques. (Brun, 2008)
- les histoires particulières des classes ne se reproduisent pas, ce qui rend difficile la reproductibilité des expériences (Joshua, 1993). Ainsi, certaines difficultés méthodologiques propres à la didactique émergent, ce qui requiert une redéfinition de certains concepts. Par exemple, la notion de reproductibilité est repensée en termes de « stabilité des résultats » en « contextes similaires » (même si les notions de « stabilité de résultats » et de « contextes similaires » requièrent certaines précisions).

Il est important de souligner que même en partant d'un modèle de science positiviste, la confrontation avec la contingence⁽³⁾ conduit la TSD à incorporer rapidement d'autres niveaux d'analyse. L'idée de « vérification » de prévisions (confrontation d'une analyse a priori avec les expérimentations effectives) est remplacée par une analyse dialectique entre le modèle et la contingence, ce qui permet de préciser les actions des élèves en situation effective et d'identifier ce qui a été laissé de côté par le modèle. L'étude de la situation effective donne lieu à la production d'arguments, d'explications et d'interprétations possibles qui peuvent avoir un impact sur la propre expérimentation et sur la théorie elle-même. C'est dans la construction de ces arguments que la puissance du modèle se manifeste, en tant que producteur de connaissances didactiques,

dépasant ainsi leur caractère strictement prédictif. C'est justement la différence entre l'attendu et le produit, la présence de faits non prévus, qui force la production de nouveaux savoirs, d'où l'importance du rôle heuristique de la modélisation dans la construction de concepts théoriques pour la compréhension du fonctionnement du système didactique, concepts qui postérieurement se détachent du matériel empirique et forment un corpus théoriques régi par des critères de cohérence interne. Le concept de contrat didactique est un exemple typique : la mise en pratique des séances d'enseignement élaborées sous un modèle prédictif, où le sujet est modélisé par un sujet épistémique, est confronté à « un élève » qui ne répond pas en fonction de la logique interne de la situation mais qui essaie de deviner ce que l'enseignant prétend « entendre » et qui agit, alors, autrement par rapport à ce qui avait été prévu. La notion de contrat didactique émerge pour expliquer ce fait non prévu.

Ces nouveaux niveaux d'analyse contiennent le germe d'une deuxième période dans la TSD : l'étude du fonctionnement des classes ordinaires en contexte scolaire usuel. Il ne s'agit plus de produire des expérimentations pour l'observation et la reproduction de phénomènes, mais d'utiliser la théorie pour observer et comprendre le fonctionnement habituel des classes. Le « point de vue » des acteurs de la relation didactique (élève et professeur) prend une place fondamentale dans l'analyse de la situation effective de classe. De cette manière, les questions de signification occupent un espace central dans la problématique didactique, ce qui oblige à dépasser le cadre épistémologique des sciences expérimentales. Sans ignorer le modèle objectiviste d'explication, d'autres formes d'interroger les relations entre les variables du modèle sont incorporées en considérant la multiplicité de comportements individuels intentionnels qui font partie de la relation didactique. La théorie ici, comme Conne (2003) l'exprime, sert à indiquer les objets sur lesquels il est nécessaire

de porter attention dans la recherche; pourtant « la théorie ne nous dit pas exactement et complètement ce que sont ces objets, c'est-à-dire elle n'épuise pas leur étude et leur compréhension. » [p. 23]

Dans ce nouveau contexte, la question de la scientificité doit être repensée :

S'il s'agit maintenant de comprendre les significations données par les acteurs à leurs actes en situations spécifiques, sans perdre les exigences de vérification empirique et de cohérence théorique, comment est-il possible de construire des concepts objectifs et une théorie vérifiable objectivement à partir de structures de signification subjectives ? Comment donner un statut scientifique à des connaissances basées sur des interprétations faites par les acteurs ? [Berthelot, 2001, p.254].

Questions de scientificité

Dans ce qui suit, je souhaite réfléchir sur les défis que la prise en compte de la spécificité des objets de la didactique des mathématiques pose à la question de la production de connaissances « scientifiques » dans le domaine de la didactique des mathématiques.

Joshua [1996] affirme que le discours produit en didactique des mathématiques doit être réfutable : pour lui, la didactique est une science empirique qui doit délimiter les conditions d'apparition (et de non apparition) des phénomènes didactiques. Par conséquent, d'une part, la didactique des mathématiques évite de produire des discours auto-définis qui n'accepteraient pas des réfutations empiriques et, d'autre part, elle distingue en même temps les phénomènes constants de ceux qui sont contingents. D'ailleurs, pour Joshua, la didactique des mathématiques doit reproduire ces phénomènes, passant ainsi de données d'observation à la production des données expérimentales^[4]. Cependant, l'auteur reconnaît certaines difficultés concernant le phénomène de

reproductibilité : les histoires des classes ne se reproduisent tout simplement pas, ce qui pose directement des limites à la question de la prédiction.

La reconnaissance de ces difficultés conduit Joshua [1996] à réduire les exigences de scientificité pour la didactique des mathématiques, invoquant toujours l'intention de conserver la volonté de fonder cette discipline en tant que science empirique. Il s'agit alors d'abandonner la reproductibilité des phénomènes par la simple *stabilité de résultats obtenus en contextes similaires*^[5] [p. 103, 1996]. Évidemment, le modèle de science implicite sur lequel reposent les critères de scientificité établis par Joshua est celui des sciences de la nature que j'ai souligné au début de l'article et les modifications proposées l'en éloignent le moins possible. L'analyse de Joshua reflète bien la première étape du travail réalisé dans le contexte de la TSD. Cependant, toutes les recherches en didactique des mathématiques ne partagent pas ce modèle de science. Même la deuxième étape de la TSD (leur ouverture vers l'étude des classes ordinaires) pose des nouveaux défis épistémologiques et méthodologiques, impossibles à résoudre à l'intérieur de ce modèle.

L'ouverture à d'autres critères que ceux d'une scientificité objectiviste n'implique pas nécessairement l'adoption d'une position relativiste dans laquelle la notion de scientificité deviendrait illusoire. L'incorporation d'une dimension interprétative dans l'analyse des faits didactiques exige une reformulation de la scientificité, en particulier, un questionnement sur la nature et le statut du support empirique : il ne s'agit pas de valider la portée générique d'un fait didactique par la répétition et l'observation de faits « similaires » mais à travers l'établissement de significations qui dépassent le contexte spécifique de production. La pertinence de ces significations s'établit par :

Chroniques

fondements et épistémologie de l'activité mathématique
foundations and epistemology of mathematical activity

- la confrontation des interprétations au sein de différentes théories susceptibles d'aborder la problématique en question;
- la cohérence et la non contradiction des interprétations ;
- l'explicitation des éléments considérés dans le choix des données empiriques pertinentes et dans les justifications associées.

L'empirique n'est pas écarté comme moyen de validation, mais un rôle spécifique lui est attribué. Dans un contexte positiviste, la scientificité est synonyme de « véricité des énoncés », déterminée par l'établissement d'une certaine relation entre les énoncés et « les données d'observation » qui sont produites dans un contexte où le rôle de la théorie de base sur laquelle reposent lesdits énoncés n'est pas nécessairement explicitée (par exemple, la détermination du type de donnée pertinente pour valider un énoncé implique toujours une théorie qui oriente ce choix).

Dans le cas spécifique de la didactique des mathématiques, lorsqu'on mesure par exemple « l'efficacité » d'une pratique d'enseignement par l'évaluation des apprentissages effectués par les élèves, la technique méthodologique prépondérante se base fondamentalement dans la comparaison de pré- et post-tests. Le choix de cette technique (ainsi que la nature des questions que l'on pose dans les tests) est fondé sur des présupposés épistémologiques non explicités. En effet, elle ne permet d'évaluer que les apprentissages anticipés par les chercheurs parce que les questions faisant partie des tests sont créées et formulées par eux-mêmes. S'agit-il vraiment d'un choix conscient du chercheur ou celui-ci fonctionne sous l'illusion que les seuls apprentissages possibles sont ceux prévus par l'enseignement?

Des recherches de nature qualitative dirigées par Mercier (2002) suggèrent que d'autres apprentissages que ceux prévus par l'enseignement

se produisent : il s'agit d'apprentissages « cachés » (nommés ainsi par l'auteur), produits à l'insu de l'enseignant, non contrôlés par l'enseignement et sans même la possibilité d'être contrôlés par un enseignement bien fondé théoriquement. Ces apprentissages produisent, dans certains cas, des connaissances erronées qui peuvent devenir des obstacles à l'élaboration d'autres savoirs. De cette manière, l'efficacité d'une pratique d'enseignement pour l'apprentissage d'un certain savoir S dans un moment X peut, dans un moment postérieur X', perdre ce caractère d'efficacité puisque la présence des apprentissages non contrôlés, ignorés par les techniques méthodologiques peuvent provoquer des obstacles à l'apprentissage d'autre savoir S'.

La problématique autour des « données d'observation » ne se situe pas qu'au niveau de leur choix mais aussi par rapport à la manière dont ces données sont « lues » ou « interprétées ». Certains courants en éducation placent cette question du côté de l'objectivité : une des conditions de scientificité est en lien avec la validation des recherches par l'apport de « données objectives ». Selon l'International Reading Association (cité par Broudeur et al., 2008), les données objectives sont celles que *tout évaluateur* identifierait de façon similaire.

Si « tous » les évaluateurs identifient et interprètent les données de façon similaire, soit les données « parlent d'elles-mêmes » et imposent à l'observateur la lecture à réaliser (ce qui impliquerait un certain empirisme naïf que très peu de chercheurs sont prêts à accepter), soit les indicateurs qui permettent de définir l'efficacité d'un certain apprentissage (par exemple, ce qui serait un enseignement efficace des fractions) sont partagés par « tous » les chercheurs, c'est-à-dire qu'il y a un paradigme dominant, un seul cadre d'interprétation. Ceci est bien éloigné de la réalité actuelle dans le domaine.

L'idée de baser le fondement scientifique sur « l'observation méticuleuse », hors de toute référence théorique implicite ou explicite, observation qui fournirait une base sûre à partir de laquelle la connaissance peut être induite, a été motif de grandes discussions à l'intérieur de la philosophie des sciences (voir Barberousse et al., 2000 ; Chalmers, 1987 ; Gaston, 2001 ; Popper, 1991).

Cette définition (illusoire?) d'objectivité citée ci-haut se base sur le fait de ne pas expliciter que l'analyse des données se réalise à l'intérieur d'un paradigme; en effet, dès que cette explicitation est reconnue l'objectivité *universelle* souhaitée atteint ses limites.

Cette notion d'objectivité défendue par certains courants en éducation ne peut s'abstraire du fait qu'il y a toujours des supposés épistémologiques provenant d'accords subjectifs qui ne peuvent être validés empiriquement. Par exemple, la considération de ce qui est un enseignement « efficace » des fractions implique, entre autres, une reconnaissance de la part de la communauté de chercheurs de ce que signifie « connaître les fractions », ce qui est loin d'être le cas. En outre, cette reconnaissance n'est pas assujettie à une validation empirique.

Le problème fondamental semble se situer non pas dans la réduction de la complexité des pratiques d'enseignement (puisque toute recherche élimine certains paramètres pour se centrer sur d'autres), mais surtout dans la non prise en compte ou dans la non explicitation des éléments qui ont été effectivement réduits (par exemple, les apprentissages cachés dont on vient de faire référence), sous l'illusion que ce que le chercheur observe *est* la réalité dans son « état pur ».

Conclusion

La thèse soutenue dans cet article met en évidence que le traitement de la scientificité d'un point de vue strictement méthodologique (en termes de relation entre des énoncés et des données d'observation) est réducteur, puisque les notions de vérité et d'objectivité ne peuvent ignorer des aspects épistémologiques sous-jacents importants, tels que la nature des objets de recherches, les questions qui intéressent à une discipline, les cadres théoriques de référence, etc.

Les travaux développés dans la deuxième étape de la Théorie des Situations Didactiques, ainsi que ceux qui se placent en continuité (comme ceux de Mercier et Conne récemment mentionnés) établissent des limites claires au modèle objectiviste initial. L'introduction de nouveaux objets de recherche conduisent à une reformulation des critères de scientificité. Il est important de souligner que ces objets émergent dans le contexte d'une rupture conceptuelle par rapport au modèle méthodologique dominant qui, érigé en modèle de référence, conditionnait la nature des recherches susceptibles d'avoir un statut scientifique.

Cette analyse permet, en même temps, de placer la didactique des mathématiques, et en particulier la Théorie des Situations Didactiques, par rapport à d'autres domaines de recherche en éducation avec lesquels elle interagit à l'intérieur des programmes de formation d'enseignants. Toutefois, tel que l'explique Brodeur et al. (2008), dans le contexte de certains courants qui traitent par exemple des difficultés d'apprentissage et de lecture, le modèle objectiviste continue à être le modèle de référence. Il ne faudrait alors pas se surprendre que ceci soit aussi le cas dans certaines sphères de recherche en didactique des mathématiques...

Notes

- [1] Je positionne ici explicitement la didactique des mathématiques comme faisant partie des sciences de l'éducation et donc aussi des sciences humaines.
- [2] Dans ce modèle, seulement les propositions vérifiées par l'expérience (en général, par des méthodes quantitatives) sont considérées comme étant scientifiques.
- [3] Ce qui est de l'ordre du non nécessaire, autrement dit, ce qui peut exister ou ne pas exister.
- [4] Les données expérimentales sont celles qui proviennent d'expériences organisées/provoquées par et pour la recherche, et non pas des données obtenues par l'observation naturelle de phénomènes.
- [5] Il faut noter que Joshua ne précise pas ce qu'il entend par les notions de « stabilité de résultats » et de « contextes similaires ».

Références

- Andler et al. (2002). *Philosophie des sciences. Tome I*. Gallimard.
- Artigue (1988). Ingénierie didactique. Recherche en didactiques des mathématiques, n°. 9.3, *La Pensée sauvage*, Grenoble, 281-308.
- Artigue (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ? *Les dossiers des sciences de l'éducation*. No.8. Presses Universitaires de Mirail, 59-72.
- Barberousse, A. et al. (2000) *La philosophie des sciences au XXe siècle*. Avec M. Kistler et P. Ludwig, Flammarion, Champs U, Paris
- Berthelot, J. M. (2001). Les sciences du social. In Berthelot, J. M (Dir.), *Épistémologie des sciences sociales*. Paris : PUF.
- Berthelot, J.M. (2008). L'emprise du vrai. *Connaissance scientifique et modernité*. Paris : PUF.
- Brodeur, M., Dion, E., Mercier, J., Laplante, L., Bournot-Trites, M. (2008) Amélioration du français : mobiliser les connaissances pour prévenir les difficultés d'apprentissage en lecture. *Canadian Education Association*. (<http://www.cea-ace.ca/sites/default/files/EdCan-2008-v48-n5-Brodeur.pdf>)
- Brousseau, G. (1997). La théorie de situations didactiques. *Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal*.
- Brousseau, G. (1998). *La théorie de situations didactiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Brousseau, G. (2009). L'interrogation réciproque de la contingence et des théories. *Actes de la 14e École d'été de didactiques des mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Brown, T. (2002). *Mathematics Education and Language. Interpreting hermeneutics and Post-structuralism*. Kluwer.
- Brun J., Conne F., Lemoyne G. & Portugais J. (1994). La notion de schème dans l'interprétation des erreurs des élèves à des algorithmes de calcul écrit, *Cahiers de la recherche en éducation*, vol 1 n° 1 1994, Éditions du CRP Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke.
- Brun, J (2008). Quand la rationalité de l'élève et du professeur fait de la résistance. *Recherche en didactique des mathématiques*, 28 (1), 114-118.
- Chalmers, (1987). La dépendance de l'observation par rapport à la théorie. Dans *Qu'est-ce que la science ?* Éditions La Découverte, Paris.
- Chevallard, Y. (1991). La transposition didactique. *La pensée sauvage*, Grenoble.

- Cohen-Tannoudji, G. (2002). La notion de modèle en physique théorique. In : Nouvel, P. (Dir.) *Enquête sur le concept de modèle*. Paris : PUF.
- Comiti, C ; Grenier, D. (1997). Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherche en didactique des mathématiques*, 17(3), 81-102.
- Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, *Recherche en didactiques des mathématiques*, 12(2), 221-270.
- Conne, F. (2003). Comprendre la théorie est en attraper le geste et pouvoir continuer. *Actes Séminaire national de recherche en didactiques des mathématiques*, 79-100.
- Gardin, J. C. (2001). Modèles et Récits. In : Berthelot, J.M. *Épistémologie des sciences sociales*. 407-454.
- Gascon, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherche en didactiques des mathématiques*, Vol. 18, n°1, 7-34.
- Gohier, C. (1998). La recherche théorique en sciences humaines : réflexions sur la validité d'énoncés théoriques en éducation. *Revue des sciences de l'éducation*, XXIV(2), 267-284.
- Granger, G. (2001). *Sciences et réalité*, Paris, Odile Jacob.
- Gusdorf, G. (1967). *Les origines des sciences humaines* (1967). Éditions Payot.
- Joshua, S. (1996). Qu'est-ce qu'un « résultat » en didactique des mathématiques? *Recherche en didactiques des mathématiques*, 16(2), pp.197-220.
- Joshua, S. et Dupin, J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris : PUF.
- Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie de situations didactiques*. Habilitation à diriger les recherches en Sciences de l'Éducation. Université de Provence - Aix-Marseille I.
- Mercier, A. (2002). La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématique. Note de synthèse. *Revue Française de Pédagogie*. No. 141. 135-171.
- Mercier, A., Shcubauer-Leoni, M. L. et Sensevy, G. (2002). Vers une didactique comparée. *Revue Française de Pédagogie*. No. 141. 5-16.
- Popper, K. (1991). *La connaissance objective* (Objective Knowledge: An Evolutionary Approach, 1972). Éditions Aubier, 1991.
- Vergnioux, A. (2003). *L'explication dans les sciences*. De Boeck.