

# Règles, obéissance et transgression : L'enjeu de leurs rapports pour l'enseignement des mathématiques<sup>[1]</sup>

**Bernard Sarrazy**

Université de Bordeaux, France

Équipe « Anthropologie et diffusion des savoirs »

bernard.sarrazy@sc-educ.u-bordeaux2.fr

## Contexte

La première partie de l'article sera consacré à un positionnement théorique de la question de la transgression ; elle sera posée comme une réponse attendue (mais non exigible) à l'injonction paradoxale du contrat qui se noue à l'occasion de toute relation didactique : « Voici ce que tu dois savoir, et désormais pense par toi-même en montrant ta capacité à *créer* des usages nouveaux de ce qu'on t'a enseigné ; autrement dit, agis conformément à ce que je t'ai enseigné mais ne m'obéis pas ! » La transgression sera donc envisagée comme une condition nécessaire à l'apprentissage des mathématiques (distinct de l'usage de techniques, d'algorithmes... de règles) dont les conditions d'existence se situent au croisement de déterminations à la fois *didactiques* (en référence au « paradoxe de la dévolution » tel que Guy Brousseau l'a défini au sein de la théorie des situations didactiques) et *anthropologiques* (en référence à l'anthropologie de l'usage de Ludwig Wittgenstein et à son célèbre paradoxe de la règle). La seconde partie montrera à partir de travaux de recherche : a) la pertinence et l'intérêt de cette posture théorique pour mieux comprendre les raisons de certaines difficultés récurrentes des élèves et des enseignants (par exemple « tu sais ta leçon, dit l'enseignant, mais tu ne l'as pas comprise. »), et certaines raisons de l'échec des dispositifs destinés à réguler ces difficultés ; b) et d'autre part, le rôle des « arrière-plans » (au plein sens searlien du concept, 1982), comme les styles d'éducation familiale et les cultures didactiques et pédagogiques des environnements scolaires (liées aux valeurs, croyances, conceptions épistémologiques et pédagogiques des enseignants) pour rendre compte des modalités de construction des différences inter-individuelles des rapports à la transgression, et clarifier ainsi les conditions de possibilité du dépassement du paradoxe initial. En conclusion, l'auteur avancera l'idée d'une « transgression normative » pour décrire ce phénomène de surgissement de ces créations nouvelles (dimension transgressive) attendues par l'enseignant, et vécues par l'élève sur le mode d'une désobéissance mesurée, car fondamentalement en accord avec les « livres de comptes » des mathématiciens (dimension normative). C'est probablement là, dans cette tension entre les contraintes logiques et l'ouverture infinie des possibilités créatives, que se situe l'essence fascinante et singulière de l'activité mathématique.

## Introduction : trois repères sur la notion de transgression

Le sens de « transgression » est très variable selon les cultures, les époques, les situations... à tel point qu'il est très difficile de savoir ce qu'il désigne. Je prends ici « transgression » dans son plein sens étymologique : est transgression toute action qui dépasse une « limite ». À l'origine, il a donc un sens très proche de « transmettre » [faire passer au-delà, de l'autre côté], mais aussi de « transcender » [monter en passant au-delà, dépasser, franchir...]; ce n'est que bien plus tard que « transgression » prendra le sens de « désobéissance » ou de « violation ». La transgression peut se définir comme le rapport qu'un individu établit avec ce qu'il considère comme un représentant d'une institution [institution étant pris ici au sens d'une instance symbolique qui rend légitime une norme, une règle, une loi...]. Prenons l'exemple d'un regard moqueur dirigé vers un policier : même s'il lui est personnellement adressé il ne lui est en fait pas destiné ; il prend sa valeur en regard au véritable destinataire : l'institution policière, l'autorité dont il est un des représentants. Ce regard moqueur, ironique, signifie exactement le contraire de ce qu'il exprime : il transgresse l'ordre policier auquel tout sujet doit habituellement se soumettre, à tout le moins respecté.

La transgression n'est pas à confondre avec la désobéissance : je réserve ce terme à toute l'action d'un individu qui viole *intentionnellement* un interdit posé par un autre individu. En effet, il n'y a pas de désobéissance possible sans l'intention de ne pas respecter un interdit : la désobéissance suppose donc la connaissance de l'interdit [les enfants ne s'y trompent pas lorsque après avoir fait une bêtise ils exhibent le bouclier de l'ignorance : « Je ne le savais pas ! »]. Ainsi, il n'est pas correct de dire qu'un animal « vole » des aliments et qu'il désobéit à l'interdiction de s'approprier sans autorisation le bien d'autrui : il les prend, simplement. On *transgresse* une norme, une loi... mais on *désobéit* à une personne en ne respectant pas l'interdit qu'elle

a posé. Cette distinction introductive n'a aucune prétention académique ; elle a seulement un intérêt pragmatique en tant qu'elle me permet de préciser le sens dans lequel j'utilise ces notions. Par exemple, désormais, il est possible de comprendre le sens dans lequel j'emploie ces termes dans les phrases suivantes : [a] « Eve désobéit à Dieu, mais transgresse la loi dont il est porteur » ; [b] « Prométhée est puni pour avoir transgressé les lois divines, mais pas pour avoir désobéi à Zeus et pour avoir transmis le savoir aux Hommes »

La deuxième remarque concerne la nature de la « limite » de la transgression. Limite peut-être employée en deux sens : (1) au sens d'une borne infranchissable, vers laquelle on ne peut que tendre. Par exemple, 299 792 458 m/s est la vitesse limite pour les particules qui ont une masse nulle, etc. ; (2) prise dans le sens de frontière, une limite borne alors deux espaces distincts : elle marque la frontière entre deux espaces, entre deux territoires, entre deux états. Par exemple, il est facile d'imaginer une situation où il faudrait tuer quelqu'un pour en sauver plusieurs autres et pourtant « Le commandement éthique dit: tu ne tueras point. Il ne dit pas: tu ne tueras point, *sauf si...* Il dit: tu ne tueras point, *point.* » [cf. Castoriadis, 1996 ; Rorty, 1993, p. 16]. Il convient d'être extrêmement attentifs à ne pas amalgamer les deux usages, car la première est indépassable et donc ne peut être transgressée, car l'interdit n'a aucun sens mais seulement une impossibilité ; alors que dans le second sens, la limite est non seulement contingente, mais elle est aussi variable selon les époques, les lieux, les cultures. Voici quelques exemples rapides : les mœurs sexuelles de Socrate ne seraient aujourd'hui pas acceptables (ni légales du reste dans certains pays) ; Alan Turing, le très célèbre mathématicien, a été condamné en 1952 à la castration chimique pour homosexualité. Il meurt 2 ans plus tard, probablement suicidé. La transgression révèle donc la dimension factice de la limite et de l'arbitraire de l'interdit, elle montre bien que la limite n'en était pas une au sens 1 [de

l'impossibilité] puisqu'elle s'est avérée *de facto* franchissable. *La transgression transforme donc les limites en frontières.* C'est en cela que la transgression est toujours démesure, dépassement... et ce faisant, elle permet d'interroger après-coup la validité et la légitimité des interdits qu'elle posait. La possibilité (comme éventualité) de la transgression pose donc le sujet comme responsable de sa décision : il est libre de la prendre ou de la rejeter. En cela, la transgression n'est pas immorale en tant qu'elle ne maltraite pas les normes, mais par le dépassement qu'elle opère, par sa démesure, la transgression transforme les normes mais sans les détruire : elle les dénature en révélant leur caractère construit. Doit-on rappeler ici le supplice infligé par les Chrétiens à cette philosophe et mathématicienne grecque Hypatie (370-415), qui eut simplement tort d'avoir raison ? Nicolas Copernic n'a-t-il pas refusé de publier son œuvre majeure durant sa vie ? Eve transgresse la loi, désobéit à Dieu, mais ce faisant marque l'existence du libre-arbitre. C'est paradoxalement l'interdit qui crée la condition de la liberté du sujet : c'est d'ailleurs particulièrement flagrant dans le cas des mathématiques, car nul autre secteur de la culture pose des contraintes aussi formelles et aussi puissantes qu'en mathématiques. C'est d'ailleurs une des raisons pour laquelle elles constituent un espace infini de créations !

Le troisième repère est celui de la contextualisation de la question de la transgression dans le champ de l'éducation mathématique. *A priori*, la transgression n'a aucune place dans le champ de l'éducation, puisque l'éducation est le processus de transmission des normes, valeurs et des savoirs. En effet, comment peut-on à la fois vouloir transmettre et faire une place à la transgression dans ce processus ? La réponse à cette question occupe la première partie de ce texte, mais je pose dès maintenant un troisième repère. « Apprendre », comme « aimer », sont des verbes qui ne supportent pas l'impératif ! L'élève ne peut jamais

être *contraint* d'apprendre ou de comprendre. Et pourtant l'enseignant exige de lui à la fois obéissance (« Fais ceci, retiens cela... »)<sup>[2]</sup>, mais en même temps exige aussi de lui qu'il raisonne par lui-même. C'est bien cette double exigence que l'on retrouve chez Kant quand il articule les deux types d'usage de la raison : l'*usage privé* correspondant à celui que doit en faire l'homme *librement* en tant qu'individu, et l'*usage public* par lequel l'homme doit être en accord avec les règlements de la communauté à laquelle il appartient. Autrement dit, dans le champ même du savoir, la seule limite qu'il est possible de rencontrer est celle du désir, du désir de savoir ! C'est précisément ainsi que Piera Aulagnier définit la transgression : elle est ce qui réalise « cette visée du désir de ne rencontrer aucune frontière à son champ d'action, quoi qu'il sache et quel que soit l'infini de son désir de connaître, il ne manquera jamais d'objet à interroger ni un dernier voile à soulever. Le manque à savoir est ce qui ne manquera jamais à son désir » (Aulagnier 1967). Autrement dit, on en a jamais assez de savoir, car comme l'a bien montré Freud (et aussi Lacan), ce désir de savoir se nourrit de « l'énergie du plaisir scopique » (Freud, 1987, p. 123), et conduit à maîtriser les incertitudes attachées aux situations (c'est ce que montre Freud dans le For-da). C'est une des raisons pour laquelle le savoir a toujours partie liée avec l'interdit (Le péché originel, Umberto Eco, *Le nom de la rose* (1982)) et donc avec la transgression.

### **Transgression, création et diffusion des savoirs**

Si une société, un collectif, une famille, etc. ne peuvent que transmettre l'existant, alors toute création exige une transgression puisqu'il s'agit de faire exister l'inexistant, de rendre visible le caché<sup>[3]</sup>. Ainsi la création est toujours transgression : désobéissance aux normes pour voir autrement, transgression des interdits en s'autorisant soi-même à voir ce qui est masqué. Or, la transgression ne peut être le produit d'une injonction, de l'exécution docile d'un ordre : Désobéissez ! Thomas

Khun (1983) parle à cet égard des « révolutions de scientifiques », « révolution » au sens de considérer les choses autrement, sous un autre angle. Ce fut par exemple le cas de Andrew Wiles qui considéra la conjecture de Fermat à partir des travaux de Galois et de Taniyama-Shimura (Singh, 1998). Tel est le paradoxe : créer, c'est s'autoriser, c'est décider de devenir auteur, c'est-à-dire d'adopter la posture de « celui qui fonde et établit » – en latin *auctor* désignait Dieu, un Dieu créateur. Toutefois, s'autoriser suppose que le sujet soit autonome et libre, mais, on l'a vu, cette liberté n'est possible que dans le cadre d'une culture nécessairement collective. Ce paradoxe trouve son expression philosophique dans la célèbre formule de Kant, caractéristique de l'esprit des Lumières : « Raisonnez autant que vous voulez et sur ce que vous voulez ; mais obéissez ! » (1991, p. 50). Un joueur de hockey, un peintre, un musicien comme un mathématicien, est libre dans sa manière de jouer, mais pas dans la définition du jeu auquel il participe ; sa liberté de joueur n'est possible que s'il s'assujettit aux règles qui fixent les conditions de possibilité de son jeu au sein d'une communauté (celle des mathématiciens, des hockeyeurs, des cuisiniers ou romanciers, etc.). C'est dans cet entre-deux, entre la liberté individuelle et les contraintes collectives propres au jeu, entre la dimension structurelle du jeu et la manière de jouer que se situe l'espace de la création (Cf. Bourdieu, 1984). Mais répétons-le, la création est loin de se réduire à la nouveauté, elle doit aussi présenter un intérêt, une valeur pour l'institution ou la communauté dans laquelle elle apparaît : en cela, elle est toujours une rencontre entre une culture à un moment donné et le désir singulier d'un sujet nourri par le terreau de cette culture. Le phénomène est classique dans l'enseignement : les enseignants font (souvent silencieusement) le tri entre ce qui doit être retenu et oublié (c'est d'ailleurs ainsi que se crée la mémoire didactique de la classe par les diverses institutionnalisations de l'enseignant, voir Brousseau, 1998). Cet espace de création a donc un prix pour l'enseignant : celui de la nouveauté

sans prix ou d'une nouveauté marginale, d'un possible surgissement de ce que Giroux (2008) appelle les « conduites atypiques »<sup>[4]</sup>.

La création mathématique exige donc du jeu, c'est-à-dire un espace de liberté limité à la manière du jeu des gonds : sans jeu la porte ne peut s'ouvrir, trop de jeu la porte ne ferme plus.

Après avoir situé la transgression dans sa dimension (disons) philosophique, comme une posture singulière en rapport avec un système de contraintes collectivement reconnues comme telles, nous nous proposons maintenant d'examiner comment cette posture s'articule et s'actualise dans le champ de la didactique des mathématiques en général et plus particulièrement comment elle structure la distinction centrale au sein de la théorie des situations didactiques entre connaissances et savoirs.

### **Connaissances et savoirs : les mathématiques toutes faites sont des mathématiques mortes**

Les corbeaux sont des êtres prodigieusement intelligents ! Certains même les appellent les hominidés à plumes. Ils sont capables par exemple de dénombrer des collections jusqu'à 17 ! Comment le sait-on ? On raconte Un qu'un jour deux éthologues voulaient étudier leur comportement dans leur milieu naturel, ils se donc sont installés dans une cabane avec leur matériel d'observation. Évidemment, les corbeaux se sont enfuis et nos éthologues ont attendus leur retour. Les corbeaux ne revenant pas, l'un des deux éthologues dit à l'autre : « Je vais sortir, ainsi ils reviendront ». C'est ce qu'il fit, mais les corbeaux ne revenaient toujours pas. Alors l'autre sortit à son tour et quelques minutes après les corbeaux étaient de retour. Étonnés, ils recommencèrent l'expérience avec 3 personnes puis avec 4 et 5 éthologues... les corbeaux ne revenaient toujours pas dès que le dernier n'était pas sorti. Les corbeaux commencèrent à se tromper à partir de 18 ! Les

corbeaux sont donc capables de résoudre des problèmes très complexes : ils sont capables d'anticiper dans le temps, de planifier des actions...<sup>[5]</sup> Bref, ils réalisent des apprentissages extrêmement élaborés dans des situations extrêmement variées ! Mais alors comment se fait-il que les corbeaux n'aient pas progressé dans leurs connaissances comme les hommes l'ont fait, alors même qu'ils sont capables d'une extraordinaire plasticité cognitive ? La réponse est certainement très complexe, mais je pense avoir au moins un élément de réponse. Contrairement aux hommes, les animaux ne capitalisent pas sur ce qu'ils ont acquis : ils peuvent transmettre par ostension, par imitation... Bref, ils transmettent toujours dans une co-présence, dans une interaction immédiate (*i.e.* sans médiation) et ne gardent jamais une mémoire de ce qu'ils ont acquis pour la transmettre : c'est cette mémoire collective et collectivement constituée que nous appellerons « savoirs » ; les savoirs sont des formes instituées (au moins collectives) qui permettent de désigner (et de mémoriser donc) des manières d'agir, d'être, de faire, de sentir, de percevoir, mais ce ne sont que des coquilles vides, des formes inertes, sans vie, des promesses d'action (cf. Brousseau, 1998). Je n'ai que le verbe « aimer » pour dire que « j'aime ma femme, ma fille, ma mère, le poulet-frite, le hockey sur glace, Bach ou les mathématiques ». Bref, sans les savoirs, pas de transmission différée (car il serait impossible de savoir quoi transmettre puisqu'il serait impossible de le désigner). Sans les savoirs, il serait tout aussi impossible de désigner, de représenter nos expériences (singulières ou collectives), soit les représenter pour les évoquer, les partager et donc les transmettre. Ce que je veux dire est que les savoirs ne sont qu'une des conditions préalables de la transmission, mais ils ne peuvent pas constituer l'objet de la transmission, car ce qui est visé par la transmission, par l'enseignement, c'est la re-production de l'expérience que permet de désigner ce savoir. Pour l'élève il ne s'agit pas de refaire encore (sur le modèle de l'enseignant), mais bien de faire de

nouveau. Par exemple, lorsqu'un enseignant enseigne à ses élèves la manière de dériver des fonctions, il n'attend pas seulement qu'ils sachent calculer la dérivée d'une fonction particulière (ce n'est ici que la partie visible de l'enseignement et de l'apprentissage : le savoir), il attend surtout que ses élèves utilisent la dérivée pour traiter et résoudre des problèmes nouveaux c'est-à-dire des problèmes qu'ils n'ont jamais rencontrés. Par exemple, pour un périmètre donné d'un rectangle, quelles doivent être les mesures de la longueur et de la largeur pour obtenir la surface maximale ?

On voit bien à travers cet exemple l'intérêt de la distinction fondamentale qui est faite dans la théorie des situations entre « connaissances » et « savoirs ». L'enseignant cherche à s'assurer à travers ce problème d'optimisation non seulement que l'élève sait sa leçon mais qu'il l'a comprise : que désormais il possède une bonne connaissance de la dérivation. C'est entre savoir et connaissance, dans cet espace articulant la culture, l'institution, la société (autrement dit tout ce qui est externe au sujet et auquel le sujet doit s'assujettir) et la singularité de nos expériences, de nos connaissances, que je situerai le lieu de la *transgression*.

Explicitons un peu cette idée. Elle peut être formulée simplement : les mathématiques achevées c'est-à-dire celles que nous connaissons (les savoirs, les démonstrations, les algorithmes, etc.) sont des mathématiques mortes ; une grande partie du travail des enseignants consiste à créer les conditions de leur « résurrection » pour les élèves. Tel est l'objet de la théorie des situations didactiques pour Brousseau (1998). C'est ici que l'essentiel va se jouer ! Pour ce faire, les enseignants n'ont pas d'autres choix que celui de créer des situations qui permettront à leurs élèves de rencontrer ce qu'ils ignorent (Mercier, 1996) et que pourtant ils doivent apprendre. Les enseignants espèrent que ces situations permettront aux élèves d'éprouver l'intérêt des connaissances que

l'enseignant cherche à leur communiquer : leurs usages, leurs fonctions, l'économie qu'elles rendent possible, et ainsi de suite. Mais les enseignants ne peuvent pas se substituer à leurs élèves pour les apprendre (tout comme on ne peut pas marcher, parler, dormir, aimer... ou souffrir à la place d'autrui, même si bien sûr, on met tout en œuvre pour l'aider ou le soulager dans ses apprentissage). C'est cette impossibilité qui constitue le noyau dur du *contrat didactique* (voir ma note de synthèse dans Sarrazy, 1995).

On vient de voir la centralité et l'importance (tant théorique que praxéologique) de la distinction entre connaissances et savoirs pour comprendre (et donc examiner sous un angle nouveau) le travail des enseignants ; nous proposons maintenant de présenter le cadre théorique du contrat didactique comme moyen d'étude pratique de cette tension paradoxale entre connaissances et savoirs et que nous avons commencé à articuler avec la transgression. Ce cadre du contrat permet de synthétiser et de rendre plus lisible l'articulation de ces deux développements : transgression / connaissances et savoirs qui, de façon symétrique, permettent à leur tour de mieux comprendre les paradoxes fondamentaux du contrat didactique.

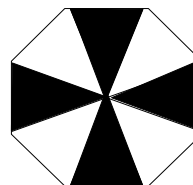
### Le contrat didactique : de quoi s'agit-il ?

La relation d'enseignement peut être décrite sous la forme d'un contrat : je t'enseigne, c'est-à-dire je te montre ou je te dis ce que tu dois apprendre et comment tu dois le faire. Et toi, tu apprends, c'est-à-dire que tu reproduis ce que je t'ai dit ou montré. Il va de soi que ce contrat est souvent implicite et doit rarement être explicitement passé entre l'enseignant et ses élèves ; les uns comme les autres agissent comme s'il avait été conclu (de la même façon que lorsque nous parlons, nous faisons comme si les mots avaient le même sens pour chacun, pourtant rien n'est moins sûr.)

Mais ce contrat n'est pas tenable au moins pour deux raisons :

1. La première est que l'enseignant ne peut pas montrer ou dire à l'élève ce qu'il doit apprendre, puisque précisément l'élève ignore ce que l'enseignant cherche à lui enseigner : s'il le lui montre alors l'élève est incapable de le voir et s'il le voit alors il est inutile de le lui montrer et donc de l'enseigner. Tel est un des premiers paradoxes du contrat : si l'élève comprend son enseignant alors l'élève sait déjà, mais alors il n'a pas besoin d'apprendre ; s'il ignore ce que l'enseignant cherche à lui enseigner, alors il ne peut pas comprendre ce que son enseignant lui dit !
2. La seconde raison tient à la nature même de ce que l'élève doit apprendre et je l'ai déjà présentée à propos de l'exemple de la dérivation des fonctions : ce n'est pas un *savoir* que l'élève doit apprendre mais une *connaissance*, un usage, une manière de traiter un problème, une manière de faire des mathématiques. C'est cette même idée qu'exprimait Thurston (1996) à propos des demandes que lui faisaient les mathématiciens qui venaient le trouver pour obtenir quelques éclaircissements sur tel ou tel aspect d'une démonstration qu'il avait établie : « Ce que les mathématiciens avaient besoin, et ce qu'ils me demandaient, c'était d'apprendre mes façons de penser, et non comment je démontrerais la conjecture dans le cas des variétés de Haken ».

J'illustre cette impossibilité de l'enseignant à montrer ce qu'il veut par l'exemple que donne Wittgenstein (1961, XI, 325) de la double croix :



Cette figure peut être vue comme une croix blanche sur fond noir ou comme une croix noire sur fond blanc] et pourtant la figure n'a changé : c'est ce « voir-ceci-comme-cela » que Wittgenstein appelle la naissance d'un aspect (la dérivée et son usage) (1985, § 431). Cette impression visuelle peut être

« forcée » par l'imagination (par exemple, voir un animal dans un nuage), par la volonté (comme dans le cas de la double croix), par le savoir (voir un triangle en considérant un segment particulier comme étant sa base, puis en considérant un autre segment), etc. Mais dans tous les cas, cette manière de voir la figure ne peut être montrée, puisque le perçu étant resté invariable (1985, §440). C'est précisément sur ce point que Wittgenstein fait apparaître une confusion liée à l'amalgame de ces deux usages : décrire la vision de l'aspect (tantôt une croix noire, tantôt une croix blanche) *dans les mêmes termes* que la vision d'un état (« Je vois un chat »).

Tel est un des arguments des plus convaincants pour montrer que toute relation d'enseignement est fondamentalement déterminée à la fois par ce désir de tout dire de l'enseignant et en même temps par cette impossibilité d'explicitier le sens (c'est-à-dire l'usage) : le contrat ne peut donc être tenu que s'il est rompu, violé, bref transgressé... car il exige de l'élève une *création* singulière correspondant à un usage nouveau, mais conforme aux règles mathématiques acceptées.

On peut opposer à ce pont de vue la contradiction suivante : comment est-il possible à la fois de dire que l'élève réalise une création, qu'il agit conformément à la règle, tout en convoquant l'idée de transgression ? L'objection est correcte à condition toutefois de considérer que l'action de l'élève est déterminée par la règle, que l'élève agit en fonction de la règle : or, il n'en est rien ! Car, l'idée selon laquelle l'élève interprète la règle pour agir n'est pas correcte : elle contient un paradoxe que Wittgenstein formule ainsi : « Aucune manière d'agir ne pourrait être déterminée par une règle, puisque chaque manière d'agir pourrait toujours se conformer à la règle » (1961, § 201). Comment alors une règle peut-elle nous *guider* « puisque nous pouvons interpréter son expression de telle et telle autre façon ? » (1983, 282).

S'il est possible de la suivre comme on veut, il est alors impossible de la suivre puisqu'elle ne nous contraint pas ! Tel est d'ailleurs le drame de ces élèves qui « savent leur leçon mais qui ne comprennent pas ». Doit-on déplacer le problème en lui enseignant des méta-règles comme le suggèrent régulièrement certains auteurs ? Pas plus, car non seulement l'élève ne fera plus de mathématiques mais on retrouverait à un méta-niveau les mêmes difficultés que l'enseignement des méta-règles était pourtant censé réduire !

Le paradoxe n'est qu'apparent et permet de dévoiler la faiblesse d'une conception mentaliste des rapports entre règle et action. Comme l'explique Bouveresse (1986, p. 30), ce paradoxe provient de la tendance que nous avons « à instaurer artificiellement entre la règle et ses applications une distance problématique qui, en réalité, n'existe pas » et qu'un hypothétique mécanisme mental permettrait de réduire, car la règle ne contient pas en elle-même ses conditions d'application puisque « c'est précisément parce [qu'elle] doit pouvoir me servir à chaque instant de norme pour juger ma performance qu'elle ne peut pas me faire faire ce que je fais de la manière dont le ferait un mécanisme quelconque ». Il est donc fondamental de ne pas amalgamer : « Suivre une règle » et « obéir à la règle ». « Suivre une règle » est une « création normative » selon l'expression de Hacker et Backer permettant d'estimer la conformité de l'action à ce que dit la règle<sup>(6)</sup>. Sa signification *correspond* à l'usage circonstancié que le sujet en fait *hic et nunc*.

« Une ligne ne me contraint-elle pas à la suivre ? – Non, mais quand je me suis décidé à l'utiliser ainsi comme modèle, elle me contraint. Non, c'est moi qui me contrais à l'utiliser ainsi. » (Wittgenstein, 1983, p. 329).

C'est dans cette décision que se situe la dimension créative (car non contenue dans la règle, dans la norme, dans la loi...) et donc transgressive !

# Chroniques

fondements et épistémologie de l'activité mathématique  
foundations and epistemology of mathematical activity

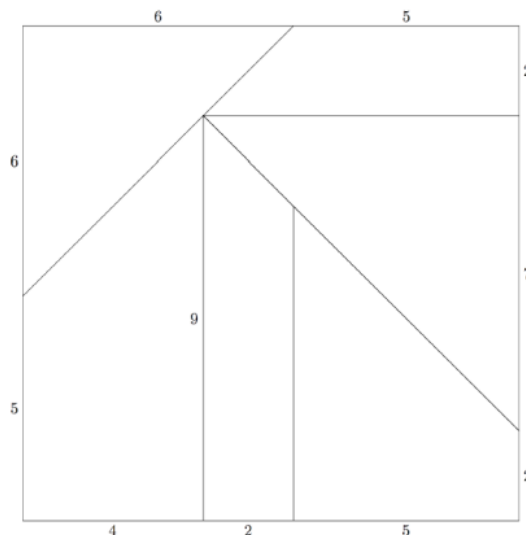
L'apprentissage se manifestera lorsque l'élève se montera capable non pas de reproduire ce qu'on lui a dit ou montré, mais bien lorsqu'il produira de lui-même une conduite nouvelle (« nouvelle » car se manifestant dans une situation nouvelle) mais conforme à ce qui lui aura été enseigné). C'est en cela que si la transgression brave, déborde, viole, dépasse, franchit les normes, les règles, les interdits<sup>[7]</sup>. Elle ne les détruit pas. Au pire, la transgression peut conduire à les interroger, à révéler leur obsolescence, leur caractère arbitraire. J'y reviens plus bas.

L'élève ne peut apprendre que s'il accepte de ne plus être enseigné en s'engageant de lui-même dans une activité par laquelle il pourra apprendre ce que l'enseignant ne peut effectivement lui montrer (un usage et donc un sens). Mais cette rupture ne peut se réaliser que sous certaines conditions. Ainsi, dans cette perspective, « enseigner » consiste à créer les conditions du surgissement de cette reproduction par l'élève, non au sens de la copie, de la répétition de ce que l'enseignant a dit ou montré, mais bien au sens d'une production nouvelle dans une situation nouvelle. Cet espace de création a donc un prix pour l'enseignant : celui d'un possible surgissement de ce que Giroux (2008) appelle les « conduites atypiques », tel que je l'ai exprimé plus haut. Tel est selon moi un des arguments principaux à l'encontre d'une lecture behavioriste de la théorie des situations didactiques.

Donnons un exemple de ce type de situation qui permet de restaurer une véritable activité mathématique : chercher, conjecturer, confronter les convictions, convaincre, prouver. Bref, *faire* l'expérience de *faire* des mathématiques – un *faire faire* dirait Conne (1999).

## Un exemple extrait de Guy Brousseau (1998)

Situation d'étude des applications linéaires :  
l'agrandissement du puzzle



### Consigne

Voici des puzzles. Vous allez en fabriquer de semblables, plus grands que les modèles, en respectant la règle suivante : le segment qui mesure 4 centimètres sur le modèle devra mesurer 7 centimètres sur votre reproduction. Je donne un puzzle par équipe de 5 ou 6, mais chaque élève fait au moins une pièce. Lorsque vous aurez fini, vous devez pouvoir reconstituer les mêmes figures qu'avec le modèle.

### Déroulement

Après une brève concertation par équipes, les élèves se séparent. Le maître a affiché au tableau une représentation agrandie des puzzles complets. Presque tous les enfants pensent qu'il faut ajouter 3 centimètres à toutes les dimensions. Le résultat évidemment, c'est que les morceaux ne se raccordent pas.

Dans cette situation, on voit clairement comment les élèves peuvent apprendre par interaction avec la situation ; elle permet (entre autres choses) d'invalider le modèle prégnant de l'addition : si  $4 \rightarrow 7$  [ $4+3$ ] alors  $5 \rightarrow 8$  [ $5+3$ ]. Si on s'était limité à fournir un puzzle à chaque élève pour illustrer l'usage de la proportionnalité, et où l'enseignant

aurait expliqué la manière d'agrandir le puzzle, les élèves auraient-ils appris les mêmes mathématiques ? Certainement ! Les élèves auraient appris les mêmes fonctions, mais avec la première situation ils apprennent aussi *quelque chose de plus* : une manière de faire des mathématiques. (par les ajustements successifs des connaissances spontanées et erronées consécutives aux diverses rétroactions de la situation). Autrement dit, ce qui diffère entre ces deux situations ce n'est pas le savoir mathématique mais bien la nature même de *l'expérience mathématique* qu'ils auront ici vécue. La première permet de conserver la nature même de l'expérience mathématique (recherche, conjecture, etc.), la seconde (basée sur l'ostension) montre le même savoir, mais ne permet pas à l'élève de faire l'expérience de cette manière de faire des mathématiques. On voit bien aussi à travers cet exemple non seulement le caractère indicible du contrat, mais aussi l'intérêt de rompre avec l'opposition classique entre les pédagogies dites « actives » et « classiques » qui constitue, me semble-t-il, l'une des impasses contemporaines des plus tenaces et contre-productives, car la connaissance des algorithmes ne détermine pas plus la connaissance de l'arithmétique que celle des règles du jeu d'échec ne détermine le « savoir jouer aux échecs ». On retrouve ici en écho une conséquence du célèbre paradoxe de la règle chez Wittgenstein (1961) : une règle ne contient pas en elle-même ses conditions d'application<sup>[8]</sup>. L'idée est simple, mais non triviale.

Nous avons (j'espère) convaincu le lecteur du caractère paradoxal du contrat de la nécessité pour l'enseignant de réunir des conditions favorables à la rupture du contrat qui, eu égard aux développements déjà faits, relève d'une posture transgressive. Ce cadre étant désormais explicité et posé, nous nous proposons maintenant d'examiner les raisons sociales ou anthropologiques (i.e. liées aux formes d'existence des élèves : les Arrière-plans) de l'inégale distribution de ces postures

transgressives chez les élèves : c'est ce positionnement à l'égard du caractère indicible du contrat didactique que nous avons appelé : sensibilité au contrat didactique, et que nous nous proposons de présenter dans la partie suivante.

### Transgression et sensibilité au contrat

La *sensibilité au contrat* est un concept que j'ai introduit pour désigner les décisions des élèves à l'égard des implicats du contrat didactique (Sarrazy, 1996)<sup>[9]</sup>.

Voici un premier exemple :

La scène se déroule dans une classe de CM1. Quelques jours avant cet épisode, l'enseignant avait enseigné un algorithme permettant de calculer rapidement la différence entre deux nombres :

$$\begin{array}{r}
 328 \\
 - 47 \\
 \hline
 281
 \end{array}
 \xrightarrow{+3}
 \begin{array}{r}
 331 \\
 - 50 \\
 \hline
 281
 \end{array}
 \xrightarrow{+50}
 \begin{array}{r}
 381 \\
 - 100 \\
 \hline
 281
 \end{array}$$

Dans la première partie du contrôle semestriel, elle avait inclus l'exercice suivant :

*Quel serait ton cheminement pour effectuer ces calculs ?*

- a)  $875 - 379 =$  \_\_\_\_\_  
 b)  $964 - 853 =$  \_\_\_\_\_  
 c)  $999 - 111 =$  \_\_\_\_\_

Sur, 19 élèves 16 appliquent la règle enseignée pour le 3<sup>ème</sup> exercice :

$$999 - 111 = 1008 - 120 = 1088 - 200 = 888$$

L'épisode du « capitaine »<sup>[10]</sup> n'est rien d'autre qu'un simple et habituel effet de contrat de la même nature que celui-ci mais certainement beaucoup plus spectaculaire. Dans ce type de situation, l'enseignant ne peut pas dire ce qu'il attend des élèves (comme pour tout autre problème du reste), et on imagine que ceux-ci peuvent s'interroger sur la teneur de ses attentes : doivent-ils manifester, comme ils le font habituellement, leurs compétences en

arithmétique en résolvant un problème dont tout porte à penser qu'il relève de l'addition, et ignorer (ou feindre d'ignorer) l'aspect quelque peu cocasse de la question ? Ou bien doivent-ils se prononcer sur la pertinence de la question en regard des informations contenues dans l'énoncé ? Selon la « réponse » qu'ils donneront à ces « interrogations », soit ils répondront, comme le fait la majorité des élèves, « 36 ans », soit ils rejeteront la validité de ce problème en déclarant qu'ils ne peuvent pas y apporter une réponse raisonnable. C'est précisément ce positionnement à l'égard de cet implicite, que j'ai désigné par la « sensibilité au contrat didactique ». Pour finir de préciser le sens de ce concept, examinons les deux extraits d'entretiens suivants :

### **Lou (10 ans), excellents résultats scolaires : une logique de la transgression**

Interviewer : A ton avis, comment l'enseignant voit-il qu'un élève a compris une leçon ?

Lou : il le voit en posant des questions qui sont un peu à côté de ce qu'il avait dit ; si l'enfant répond comme il faut, c'est qu'il a bien compris. Mais dans les évaluations, il faut répondre qu'un *petit détail* ; il y a des enfants qui répondent tout parce qu'ils ont appris bêtement sans rien comprendre ; ils ne sont pas capables de répondre qu'un détail. Si on met exactement le détail qu'elle voulait alors la maîtresse voit qu'on a bien compris.

Par contraste avec celui de Jean, on mesure combien les élèves ne sont pas tous également préparés à identifier et à décoder ces attentes implicites :

### **Jean (10 ans) : une logique de la répétition – élève faible en mathématique (bon en langue)**

Jean : L'enseignant voit qu'on a compris quand on écrit beaucoup et quand on écrit vite. Quand il donne des devoirs à la maison certains élèves se font aider par leurs parents alors à l'école il nous met tout seul. Comme ça, il est sûr qu'on ne copie pas et elle voit si on a compris. A la maison j'apprends des choses qu'il nous a dit, mais j'ai

*remarqué qu'il ne nous demande pas vraiment ce qu'elle nous a appris alors moi je n'apprends pas vraiment ce qu'il nous a donné car il change des choses.*

Raisons didactiques pour l'une, qui, manifestement, a compris que l'apprentissage n'était pas répétition et que sa maîtresse était forcément tenue au silence pour des raisons profondément didactiques (« Elle a besoin de voir » dit-elle) ; raisons instrumentales pour l'autre, qui, tout en comprenant aussi la nécessité qu'a la maîtresse de regarder « comment on est », ne comprend pas vraiment pourquoi « elle ne refait pas vraiment ce qu'elle [nous] a appris » et qui, en toute logique, « n'apprend pas vraiment ce qu'elle a donné ». Ces deux exemples suffisent à bien montrer comment s'établit un commerce inégal des implicites dans les rapports entre enseignant et élèves, et en quoi l'absence d'analyses de ses conditions de production, contribue à entretenir l'idéologie charismatique à propos des succès et insuccès scolaires (et probablement de façon plus marquée en mathématiques). C'est à l'analyse des conditions de production des sensibilités<sup>(11)</sup> au contrat didactique que je m'attarde maintenant.

### ***L'effet des styles pédagogiques sur les phénomènes de sensibilité au contrat ?***

L'analyse des phénomènes de sensibilité au contrat est complexe. Elle se situe au croisement des deux principaux univers de pratiques des élèves : l'école et la famille. Je n'aborde ici que l'analyse du champ scolaire<sup>(12)</sup>.

Pour comprendre les raisons de l'inégale dispersion de la sensibilité selon les classes, le modèle d'analyse devait permettre d'estimer la marge de manœuvre qui, dans l'organisation et la gestion des situations, est dévolue (volontairement ou non) aux élèves.

Je me limite ici à la présentation des deux styles les plus contrastés :

# Chroniques

fondements et épistémologie de l'activité mathématique  
foundations and epistemology of mathematical activity

1. Le style *actif* correspond à ce qu'on peut appeler en première approximation une « pédagogie active ». Il se caractérise par une forte variabilité dans l'organisation et la gestion des situations : ces maîtres pratiquent régulièrement le travail par groupes sans se limiter forcément à cette forme de groupement des élèves ; les problèmes « amorces » sont généralement complexes ; leur classe est fortement interactive (les élèves interviennent spontanément, les réponses « chorales » ne sont pas rares...); l'institutionnalisation est différée dans la leçon. Telles sont les traits principaux de ce premier style.
2. Le style *académique* se caractérise par une faible ouverture et une faible variété des situations. On pourrait l'appeler « enseignement classique » ou « frontal », dont le schéma de base peut se résumer par le triptyque « montrer-retenir-appliquer ». Ces maîtres institutionnalisent un modèle de résolution très rapidement puis soumettent à leurs élèves des exercices de complexité croissante, ceux-ci sont d'abord corrigés localement (le maître passe dans les rangs et corrige au « coup par coup ») puis collectivement, au tableau, où il enseigne en commentant la solution, s'aidant parfois, selon le temps dont il dispose, de la participation de certains élèves sur le mode « question-réponse ». L'espace interactif est quantitativement et qualitativement fort différent de celui du style précédent : on n'observe quasiment jamais d'interventions spontanées ou de réponses « chorales » des élèves. Bref ce sont des maîtres très formalistes qui cherchent à maîtriser le plus de paramètres possible de leur classe.

Dans des contextes *actifs*, 48 % des élèves s'autorisent à produire une réponse sans calculer (au problème escargot) contre seulement 17 % dans le contexte *académique* [ $\chi^2 = 6.08$  ;  $p < .04$ ] – bien entendu, ces différences se maintiennent à même niveau scolaire et quel que soit le type de situation de production de ces réponses<sup>(13)</sup>. Ces styles s'avèrent donc pertinents pour expliquer les

phénomènes de sensibilité au contrat comme le montre le graphique ci-dessous :

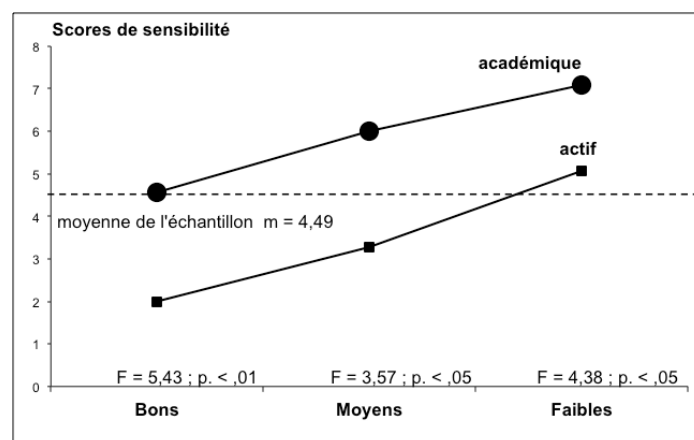


Figure 1 - Sensibilité au contrat selon le style d'enseignement pour chacun des niveaux scolaires en mathématiques

Les différences entre les cultures didactiques, descriptibles par les formes d'organisation et de gestion des situations, permettent d'expliquer l'inégale distribution des sensibilités des élèves. Plus les élèves ont la possibilité de confronter les règles enseignées à des situations faiblement ritualisées, comme c'est le cas dans les contextes actifs, plus ils « s'autorisent » à les engager dans des situations nouvelles. Réciproquement, plus l'incertitude attachée aux situations est réduite, comme c'est le cas dans les contextes académiques, plus les élèves semblent établir un rapport « rigide » entre une règle et son usage et ne « s'autorisent » pas, ou très peu, des écarts non conventionnels.

## Efficacité et équité : cas de l'arithmétique

Peut-on dire qu'un style d'enseignement est préférable à un autre, arguant que le style *actif* permet aux élèves de « mettre plus de "sens" sur les savoirs scolaires » pour reprendre la formule passe-partout ? Ce serait une erreur. Si nous proposons à ces mêmes élèves des problèmes de difficulté non triviale dans des situations faiblement décontextualisées par rapport au contexte

d'acquisition, alors les résultats précédents s'inversent.

## Conditions de l'expérience

Les problèmes retenus correspondent à la 4<sup>ème</sup> structure additive de la typologie élaborée par Vergnaud (1983). Cette structure présente la particularité de ne mettre en jeu que des transformations positives ou négatives (« gagner » ou « perdre ») sans qu'aucune indication ne soit fournie sur l'état numérique initial (d'où son appellation : « TTT », « transformation-transformation-transformation »). Exemple :

Lou joue deux parties de billes. Elle joue une partie. A la seconde partie, elle perd 4 billes. Après les deux parties, elle a gagné 6 billes. Que s'est-il passé à la 1<sup>ère</sup> partie ?

Le plan expérimental est classique : 22 problèmes de difficulté variable ont été soumis aux élèves lors d'un pré-test. Il fut suivi de 2 leçons, espacées entre elles d'une semaine, à l'issue desquelles les mêmes problèmes ont de nouveau été soumis aux élèves.

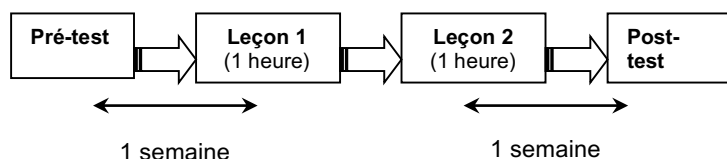


Figure 2 – Déroulement des expérimentations

Afin de ne pas influencer les scénarii des leçons, les enseignants n'ont eu accès au protocole d'évaluation qu'au moment du post-test. Un « indice de progression »<sup>[14]</sup>, qui bien sûr ne se réduit pas au simple calcul de la différence des scores du pré-test et du post-test, a été défini pour chacun des élèves<sup>[14]</sup>.

## Résultats et commentaires

Deux aspects ont été pris en compte pour évaluer les effets de ces enseignements :

1. Le premier, appelé *efficacité*, correspond à la mesure des performances effectives enregistrées au post-test en contrôlant les

variables susceptibles d'infléchir les résultats observés (ici le niveau scolaire des élèves).

2. Le second, appelé *équité*, mesure l'efficacité différentielle pour un groupe d'élèves donné, en tenant compte, cette fois, de leur niveau initial (en l'occurrence, les résultats obtenus au pré-test).

Les deux graphiques ci-après résument les principaux résultats.

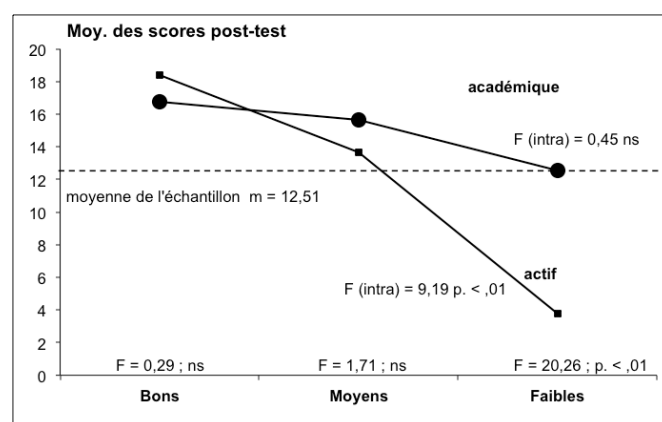


Figure 3 : Mesure de l'efficacité des 2 styles d'enseignement selon le niveau en mathématiques des élèves

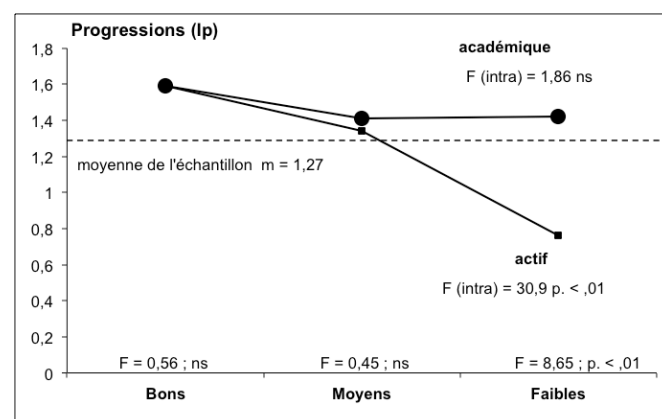


Figure 4 : Mesure de l'équité des 2 styles d'enseignement selon le niveau en mathématiques des élèves

Le style *académique* s'avère non seulement plus équitable (les élèves progressent significativement plus que les élèves *actifs* -  $F_1 = 3,73$  ;  $p. < .05$ ), mais aussi plus efficace : leurs performances sont

significativement supérieures ( $F_1 = 5,10$  ;  $p < .01$ ). Ces effets sont particulièrement manifestes pour les élèves faibles (*Efficacité* :  $F = 20,26$  ;  $p < .01$  – *Équité* :  $F = 8,65$  ;  $p < .01$ ).

Ces derniers résultats doivent-ils nous inciter à renverser notre précédente conclusion et affirmer, cette fois, qu'une « pédagogie classique » est préférable à une « pédagogie active » ? Conclure que celles-ci sont élitaires ? Ce serait très largement imprudent. Car, d'une part, toute recherche n'est qu'un instantané, une fenêtre ouverte sur un univers de pratiques dont les temporalités ne sont pas analogues (Chopin, 2007). Rien ici ne permet d'affirmer que sur un nombre plus important de leçons – qui, je le rappelle, ont été limitées en accord avec les enseignants à deux – les performances auraient été les mêmes. Le tempo de l'apprentissage est probablement plus lent dans un style actif (mais aussi le temps alloué pour l'enseignement a des effets très significatifs sur la structuration et la gestion des dispositifs didactiques, voir ici aussi Chopin, 2007). Enfin, les résultats précédemment obtenus à propos de la sensibilité ne peuvent pas être ignorés.

## Conclusion

L'ensemble de ces résultats appelle la question fondamentale de la visée de l'enseignement. Une « tête bien pleine » ou une « tête bien faite » ? Un « bon » enseignement doit-il viser une bonne maîtrise des algorithmes ou bien permettre aux élèves de les utiliser dans des situations nouvelles ? Cette question n'est pas seulement scientifique, elle est aussi foncièrement et noblement politique, car elle pose inévitablement celle de savoir quel type d'hommes et de femmes l'École doit former. Or manifestement, si les deux visées précédemment énoncées paraissent nécessaires ensemble, elles apparaissent, de fait, peu compatibles par les rapports paradoxaux qu'elles entretiennent. C'est là le « paradoxe de la sensibilité », que j'avais énoncé

déjà en 1996 : « Plus le maître cherche à enseigner l'usage d'une règle, plus il réduit la possibilité de son usage » (Sarrazy, 1996, p. 570). On comprend mieux maintenant comment peut se tisser le drame didactique qui se joue pour les élèves les plus faibles : aveuglés par l'algorithme et par la certitude assurée par leur maître quant à son efficacité pour traiter une infinité de situations, ils ne s'autorisent pas à envisager d'autres usages que ceux qu'ils ont initialement rencontrés et, comme le disciple à qui son maître montre la lune, ils regardent son doigt. La transgression au sens défini plus haut ne semble pas ici être envisageable.

Pour finir, et pour résumer, je rappelle qu'apprendre des mathématiques ce n'est pas seulement mémoriser des mathématiques mais bien re-crée leurs usages dans des situations nouvelles. Et, créer c'est s'autoriser à découvrir ce qui n'est pas visible, c'est aller au-delà (*trans... gresser, trans... cender*). Cette autorisation met en tension dialectique obéissance et transgression, car on ne saurait imaginer une possibilité de création sans transgression mais en même temps il ne saurait y avoir de transgression sans loi, ni normes, mais aussi sans la libre acceptation des contraintes qui définissent l'espace de sa création (et cela est très vrai en mathématique). On l'a vu, ces espaces de liberté n'existent que parce qu'il y a eu transmission et les conditions de la transmission (la manière d'enseigner) déterminent les possibilités de transgression : telle est notre responsabilité d'éducateur !

Je termine sur un vœu : nos élèves doivent réinventer le monde de demain, ils doivent aller au-delà de ce que nous leur avons transmis... notre travail, nous éducateurs, est de leur permettre de vivre à l'école cette expérience de la transgression, de la démesure. Comment espérer qu'ils le fassent, si jamais on ne leur a donné l'occasion de la vivre ?

## Notes

[1] Ce texte s'inspire d'une conférence (non publiée) prononcée par l'auteur en 2015 : "Contract, transgressions and creation : An attempt to clarify the paradoxes of the didactical relationship in mathematics education using a didactical and anthropological approach"; Interdisciplinary Scientific Conference "Mathematical Transgressions", 15-19 mars 2015, Cracovie, Pologne.

[2] Les élèves sont toujours tenus de fournir des indices de leur volonté d'adhésion au projet d'éducation ; comme le dit Weber de toute personne qui appartient par naissance et par éducation à une institution « on attend d'elle qu'elle participe à l'activité communautaire et tout particulièrement qu'elle oriente son activité d'après les règlements, et en moyenne on est en droit d'attendre cela d'elle, parce que l'on estime que les individus en question sont "obligés" empiriquement de prendre part à l'activité communautaire constitutive de la communauté et qu'on y rencontre la chance qu'ils sont tenus de le faire sous la pression d'un appareil de contrainte (si douce que soit sa forme), éventuellement même contre leur gré. » (Weber, 1992, p. 353)

[3] On peut se demander si l'expression « découverte » ne serait pas plus appropriée que création dans ce cas. Toutefois, la découverte suggère l'idée d'une existence préalable alors que création contient l'idée d'une nouveauté. Pour revenir à la relation didactique, du point de vue de l'enseignant, on peut dire que pour lui l'enfant découvre en effet. Mais, du point de vue de l'élève, c'est une création, ce dernier a le sentiment de créer un usage nouveau, une nouvelle idée. C'est en effet dans cette nuance que se situe le concept de dévolution de la théorie des situations didactiques.

[4] Elles ont comme caractéristiques : « 1. Caractère marginal ; 2. Non adaptées aux contraintes ; 3. Spécifiques à l'enjeu de la situation mathématique », c'est d'ailleurs en cela qu'on peut les considérer comme relevant du domaine didactique. Elles ne sont pas assimilables à une « conduite inefficace ou déviante » ou « inadaptée au problème proposé », et comme le précise Giroux (2008), elles « témoignent du rôle de la dimension antagoniste du milieu [de la situation] » (p. 53) et « sont donc corollaires de l'appropriation d'un véritable enjeu de la situation. » (p. 55)

[5] Voir aussi Weir et Kacelnik (2006) à ce sujet.

[6] C'est en cela qu'apprendre à suivre une règle est analogue à l'apprentissage d'un langage dans lequel « la grammaire nous autorise à faire certaines choses avec le langage et non certaines autres ; elle détermine le degré de liberté [...] les règles sont fixées et données : elles autorisent certaines combinaisons et en interdisent d'autres. » (Wittgenstein, 1988, p. 8 & 94)

[7] La transgression envisagée ici est celle qui va des règles de la situation particulière où la connaissance s'est développée, afin de mettre en œuvre la même connaissance dans un contexte différent, ou d'autres règles sont en vigueur. On transgresse les frontières du particulier pour passer à une autre situation particulière. Toutefois, ceci est vrai pour l'observateur (chercheur ou enseignant), mais ceci n'est pas vrai pour l'élève, car ce dernier ignore que c'est la même chose. C'est en cela qu'il y a création (nouveauté) pour lui (et non pas pour l'enseignant). Ceci permet d'éviter une perception de la relation didactique comme un phénomène symétrique.

[8] Un développement conséquent de cette idée, au croisement de la théorie des situations didactiques et de l'anthropologie wittgensteinienne est consultable dans Sarrazy (2008).

[9] Rappelons que le *contrat didactique* est défini par Brousseau comme étant « l'ensemble des comportements [spécifiques [des connaissances enseignées]] du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître. » (1980, p. 127). On peut aussi se reporter à la note de synthèse parue sur ce concept (Sarrazy, 1995) dans laquelle je fais apparaître les raisons de sa genèse, de son évolution dans le champ même de la didactique et les usages qui en sont faits dans diverses communautés scientifiques.

[10] De prime abord, elle pourrait être considérée comme une anecdote amusante mais les effets qu'elle engendra sur le système d'enseignement furent pour le moins démesurés. Rappelons brièvement cet épisode : en 1979, une équipe de l'IREM de Grenoble propose à des élèves de cours élémentaire l'énoncé suivant : « *Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ?* » 76 élèves sur 97 fournissent l'âge du capitaine en combinant les données numériques de l'énoncé.

[11] La sensibilité au contrat didactique est un concept que nous avons introduit (Sarrazy, 1995) pour désigner la variabilité interindividuelle des idiosyncrasies des élèves à l'égard du contrat au sein d'une même situation dans le cas de la résolution de problèmes. Pour répondre aux questions de l'enseignant, l'élève doit réaliser, pas nécessairement de

façon consciente, un certain nombre d'assomptions d'Arrière-plan (au plein sens de Searle, 1982) pour dépasser le hiatus qui semble exister entre une règle et son usage dans une situation donnée. Ce terme même de « sensibilité », dérivé du latin *sensibilitas*, réunit à la fois l'idée de « signification » (principe communautaire) et celle de « sentiment » (principe de singularité) toutes deux contenues dans son origine mais aussi dans l'idée de contrat (en tant qu'il souligne à la fois la nécessité de leur articulation mais aussi et en même temps l'impossibilité de la régler formellement et explicitement).

[12] Le lecteur pourra trouver dans Sarrazy (2002) l'étude relative à l'impact des pratiques d'éducation familiale sur les phénomènes de sensibilité au contrat didactique.

[13] Notons aussi que les mêmes résultats ont été enregistrés avec les autres types de problèmes : problèmes type « capitaine », lacunaires, etc.

[14] Le modèle d'estimation des progrès utilisé ici est d'une construction complexe ; la procédure utilisée (construction d'un modèle théorique) d'une part permet d'éviter les effets classiques de plafond ou de plancher et, d'autre part, autorise à affirmer que l'élève a progressé (régressé) au seuil de risque de 10 %.

## References

- Bourdieu P. (1984b). *Le sens pratique*. Paris : Les Editions de Minuit, 474 p.
- Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage, 395 p., coll. Recherches en didactique des mathématiques.
- Conne F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. In G. Lemoyne, F. Conne (dir.). *Le cognitif en didactique des mathématiques* (pp. 31-69). Presses de l'Université de Montréal.
- Eco, U. (1982). *Le Nom de la rose*. [trad. Jean-Noël Schifano] Grasset, 1990, 552 p.
- Freud S. (1987). *Trois essais sur la théorie sexuelle*, Paris : Gallimard. 211 p., coll. Folio essais.
- Giroux J. (2008). Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(1), 9-62.
- Kant E. (1991). Qu'est-ce que les Lumières ? In E. KANT, *Vers la paix perpétuelle. Que signifie s'orienter dans la pensée ? Qu'est-ce que les Lumières ?*, [trad. par J.-F. Poirier et F. Proust], Paris : Flammarion. GF. 41-51.
- Kuhn S.T. (1983). *La structure des révolutions scientifiques*, [traduit de l'américain par L. MEYER], Paris : Flammarion, 284 p., coll. Champs
- Mercier A. (1996). La création d'ignorance, condition de l'apprentissage. *Revue des sciences de l'éducation*, 22(2), 345-363.
- Rorty R. (1993). *Contingence, ironie & solidarité*, [traduit de l'américain par P.-E. Dauzat]. Paris : Armand Colin, 276 p., coll. Théories.
- Sarrazy B. (1995). Le contrat didactique. [Note de synthèse]. *Revue Française de Pédagogie*, 112, 85-118.
- Sarrazy B. (1996). *La sensibilité au contrat didactique* : Rôle des Arrière-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois, Thèse pour le doctorat de l'Université de Bordeaux 2, Mention Sciences de l'Education. 775 p.
- Sarrazy B. (2002). Pratiques d'éducation familiale et sensibilité au contrat didactique dans l'enseignement des mathématiques chez des élèves de 9-10 ans. *Revue Internationale de l'Education Familiale*. Vol. 6, n° 1. 103-130.
- Sarrazy, B. (2008). Ostension et dévolution dans l'enseignement des mathématiques : Anthropologie wittgensteinienne et théorie des situations didactiques. *Education et Didactique*, 1(3), 3-46.

- Searle J. (1982). *Sens et expression. Études de théorie des actes de langage*. Paris : Éditions de Minuit. 243 p.
- Singh S. (1998). *Le Dernier théorème de Fermat*. J.C. Lattès (ed.). 336 p.
- Thurston W. P. (1995). – Preuve et progrès en mathématiques, [Trad. de l'anglais par J. Brette avec une introduction de R. Douady]. *Repères-IREM*, 21, 5-26.
- Vergnaud G. (1983). – *L'enfant, la mathématique et la réalité*: Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Berne : Peter Lang, 217 p.
- Weber M. (1992). – *Essais sur la théorie de la science*. [traduit de l'allemand et introduit par J. Freund], Paris : Plon. 478 p.
- Weir, A. A., & Kacelnik, A. (2006). A New Caledonian crow (*Corvus moneduloides*) creatively re-designs tools by bending or unbending aluminium strips. *Animal cognition*, 9(4), 317-334.
- Wittgenstein L. (1961). *Tractatus logico-philosophicus* [Suivi des *Investigations philosophiques*], [traduit de l'allemand par P. Klossowski], Paris : Gallimard, 364 p., coll. TEL.
- Wittgenstein L. (1983). *Remarques sur les fondements des mathématiques*, [traduit de l'allemand par M.-A. Lescourret], Paris : Gallimard, 351 p., coll. Bibliothèque de Philosophie.
- Wittgenstein L. (1985). *Études préparatoires à la seconde partie des recherches philosophiques*, [traduit de l'allemand par G. Granel], Mauvezin : Trans-Europ-Repress, 328 p., coll. T.E.R. bilingue.